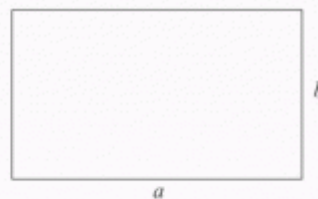


Pola wielokątów

Prostokąt

$$P_{\square} = a \cdot b$$

$$\text{Obw.}_{\square} = 2a + 2b$$



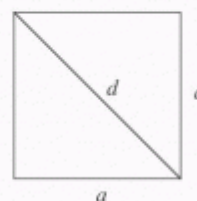
Kwadrat

$$P_{\square} = a^2$$

lub

$$P_{\square} = \frac{1}{2}d^2$$

$$\text{Obw.}_{\square} = 4a$$

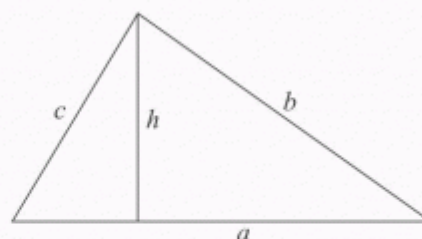


d – długość przekątnej

Trójkąt

$$P_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2}$$

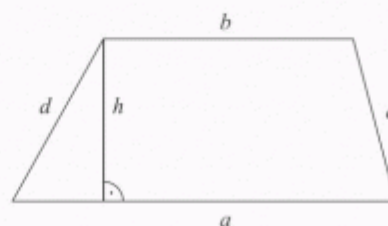
$$\text{Obw.}_{\Delta} = a + b + c$$



Trapez

$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

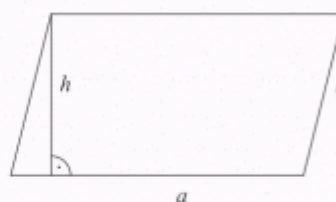
$$\text{Obw.} = a + b + c + d$$



Równoległobok

$$P = a \cdot h$$

$$\text{Obw.} = 2a + 2b$$



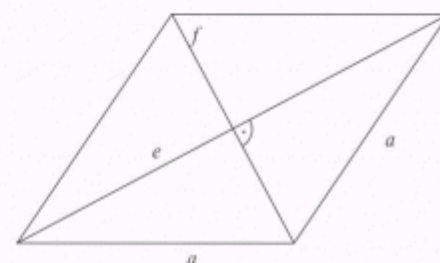
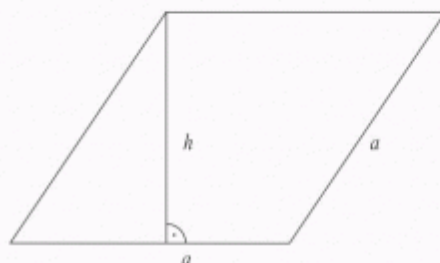
Romb

$$P = a \cdot h$$

lub

$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$\text{Obw.} = 4a$$



e, f – długości przekątnych

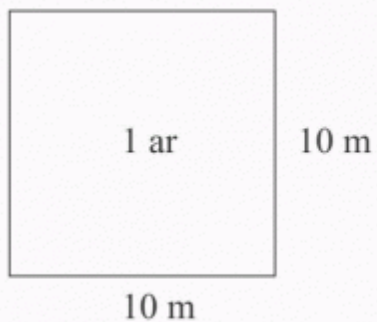
Deltoid

$$e \cdot f$$

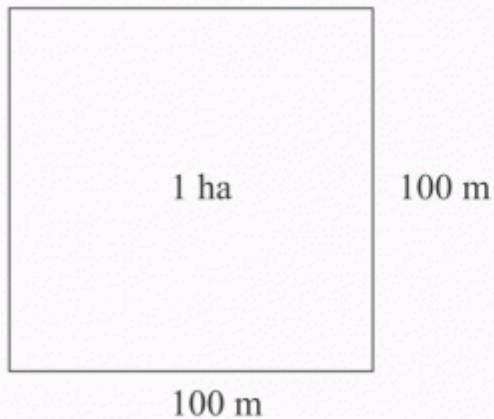


Jednostki pola	
1 milimetr kwadratowy	1 mm ²
1 centymetr kwadratowy	1 cm ²
1 decymetr kwadratowy	1 dm ²
1 metr kwadratowy	1 m ²
1 kilometr kwadratowy	1 km ²
1 ar	1 a
1 hektar	1 ha

$$1 \text{ a} = 10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2$$



$$1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2$$



$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$$

Zamiana jednostek pola

Przypomnienie jednostek długości

$$1 \text{ cm} = \mathbf{10} \text{ mm}$$

$$1 \text{ mm} = \mathbf{0,1} \text{ cm}$$

$$1 \text{ dm} = \mathbf{10} \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = \mathbf{0,1} \text{ dm}$$

$$1 \text{ dm} = \mathbf{100} \text{ mm}$$

$$1 \text{ mm} = \mathbf{0,01} \text{ dm}$$

$$1 \text{ m} = \mathbf{10} \text{ dm}$$

$$1 \text{ dm} = \mathbf{0,1} \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = \mathbf{100} \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = \mathbf{0,01} \text{ m}$$

$$1 \text{ km} = \mathbf{1000} \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = \mathbf{0,001} \text{ km}$$

Przykład 1

Zamień 1 m^2 na cm^2

$$1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} =$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm, podstawiamy za 1 m}$$

$$= 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} =$$

$$= \mathbf{10\,000 \text{ cm}^2}$$

Przykład 2

Zamień 1 dm^2 na cm^2 .

$$1 \text{ dm}^2 = 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} =$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm, podstawiamy za 1 dm}$$

$$= 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = \mathbf{100 \text{ cm}^2}$$

Przykład 3

Zamień 1 cm^2 na mm^2 .

$$1 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} =$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm, podstawiamy za 1 cm}$$

$$= 10 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} = \mathbf{100 \text{ mm}^2}$$

Przykład 4

Zamień 1 cm^2 na m^2 .

$$1 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} =$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$0,01 \text{ m} \cdot 0,01 \text{ m} = \mathbf{0,0001 \text{ m}^2}$$

Przykład 5

Zamień 1 m^2 na km^2 .

$$1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} =$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 0,001 \text{ km}$$

$$= 0,001 \text{ km} \cdot 0,001 \text{ km} =$$

$$= \mathbf{0,000001 \text{ km}^2}$$

Zadanie 1

Pokój ma powierzchnię 15 m^2 . Ile to centymetrów kwadratowych?

Rozwiązanie:

$$1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} =$$

$$= 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 10\,000 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

15 m^2 to 15 razy więcej

$$15 \text{ m}^2 = 15 \cdot 10\,000 \text{ cm}^2 = 150\,000 \text{ cm}^2$$

Odp.: 15 m^2 to 150 000 cm^2 .

Zadanie 2

Działka ma powierzchnię 12 a. Ile to metrów kwadratowych?

Rozwiązanie:

$$1 \text{ a} = 10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$$

12 arów to 12 razy więcej

$$12 \text{ a} = 12 \cdot 100 \text{ m}^2 = 1200 \text{ m}^2$$

Odp.: Działka ma 1200 m^2 powierzchni.

Zadanie 3

Pole uprawne ma powierzchnię 6 ha. Ile to arów? Ile to metrów kwadratowych?

Rozwiązanie:

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$$

$$6 \text{ ha} = 6 \cdot 100 \text{ a} = 600 \text{ a}$$

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2$$

$$6 \text{ ha} = 6 \cdot 10\,000 \text{ m}^2 = 60\,000 \text{ m}^2$$

Odp.: Pole uprawne ma 600 a powierzchni, czyli 60 000 m^2 .

Zadanie 4

Oblicz pole i obwód prostokąta o wymiarach 0,2 dm i 11 dm.

Rozwiązanie:

Dane:

$$a = 0,2 \text{ dm}$$

$$b = 11 \text{ dm}$$

Szukane:

$$P_{\square} = ?$$

$$\text{Obw.}_{\square} = ?$$

Wzory

$$P_{\square} = a \cdot b$$

$$\text{Obw.}_{\square} = 2a + 2b$$

$$P_{\square} = 0,2 \text{ dm} \cdot 11 \text{ dm}$$

$$P_{\square} = 2,2 \text{ dm}^2$$

$$\text{Obw.}_{\square} = 2 \cdot 0,2 \text{ dm} + 2 \cdot 11 \text{ dm}$$

$$\text{Obw.}_{\square} = 0,4 \text{ dm} + 22 \text{ dm}$$

$$\text{Obw.}_{\square} = 22,4 \text{ dm}$$

Odp.: Pole prostokąta wynosi $2,2 \text{ dm}^2$, a obwód $22,4 \text{ dm}$.

Zadanie 5

Oblicz pole prostokąta o wymiarach $5 \text{ cm} \times 5 \text{ m}$.

Rozwiązanie:

Dane:

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$b = 5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$$

Szukane:

$$P_{\square}$$

Wymiary prostokąta wyrażamy w tej samej jednostce.

$$P_{\square} = a \cdot b$$

$$P_{\square} = 5 \text{ cm} \cdot 500 \text{ cm}$$

$$P_{\square} = 2500 \text{ cm}^2$$

lub

$$P_{\square} = 0,05 \text{ m} \cdot 5 \text{ m}$$

$$P_{\square} = 0,25 \text{ m}^2$$

$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$
 $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$
 $5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$

Odp.: Pole prostokąta wynosi $0,25 \text{ m}^2$.

Zadanie 6

Oblicz pole kwadratu o obwodzie 36 cm .

Rozwiązanie:

Dane:

$$\text{Obw.}_{\square} = 36 \text{ cm}$$

Szukane:

$$P_{\square} = ?$$

$$a = ?$$

Wzory

$$P_{\square} = a^2$$

$$\text{Obw.}_{\square} = 4a$$

$$36 \text{ cm} = 4a \quad /:4$$

$$9 \text{ cm} = a$$

$$a = 9 \text{ cm}$$

$$P_{\square} = (9 \text{ cm})^2$$

$$P_{\square} = 81 \text{ cm}^2$$

Podstawiam dane z zadania do wzoru na obwód.

$$9^2 = 9 \cdot 9 = 81$$

Odp.: Pole kwadratu wynosi 81 cm^2 .

Zadanie 7

Oblicz pole równoległoboku, którego jeden bok ma długość 11 dm , a wysokość opuszczona na ten bok ma 7 cm . Wynik podaj w dm^2 .

Rozwiązanie:

Dane:

$$a = 11 \text{ dm}$$

$$h = 7 \text{ cm} = 0,7 \text{ dm}$$

Szukane:

$$P = ?$$

$$P = a \cdot h$$

$$P = 11 \text{ dm} \cdot 0,7 \text{ dm}$$

$$P = 7,7 \text{ dm}^2$$



Odp.: Pole równoległoboku wynosi $7,7 \text{ dm}^2$.

Zadanie 8

Pole równoległoboku wynosi 60 cm^2 . Oblicz jego wysokość, jeśli jego podstawa jest równa 4 cm .

Rozwiązanie

Dane:

$$P = 60 \text{ cm}^2$$

$$a = 4 \text{ cm}$$

Szukane:

$$h = ?$$

$$P = a \cdot h$$

$$60 = 4 \cdot h \quad / : 4$$

$$15 = h$$

$$h = 15 \text{ cm}$$

dane z zadania podstawiamy do wzoru na pole

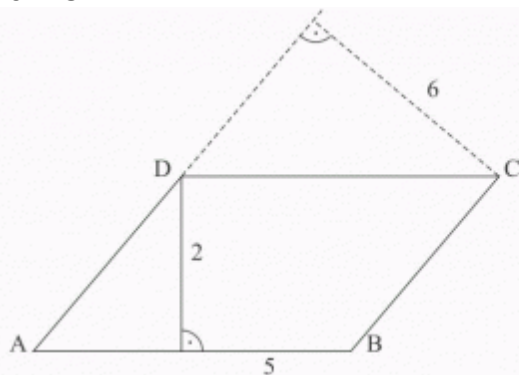
rozwiązujemy równanie

Odp.: Wysokość równoległoboku wynosi 15 cm.

Zadanie 9

Jaką długość ma bok AD narysowanego równoległoboku ABCD.

Rozwiązanie



$$P = |AB| \cdot 2$$

$$P = 5 \cdot 2$$

$$P = 10$$

$$P = |AD| \cdot 6$$

$$10 = |AD| \cdot 6 \quad / : 6$$

$$\frac{10}{6} = |AD|$$

$$|AD| = 1\frac{2}{3}$$

Odp.: Długość boku AD wynosi $1\frac{2}{3}$.

Pole równoległoboku równa się iloczynowi boku i wysokości poprowadzonej na ten bok, czyli

$$P = |AB| \cdot 2$$

ale także

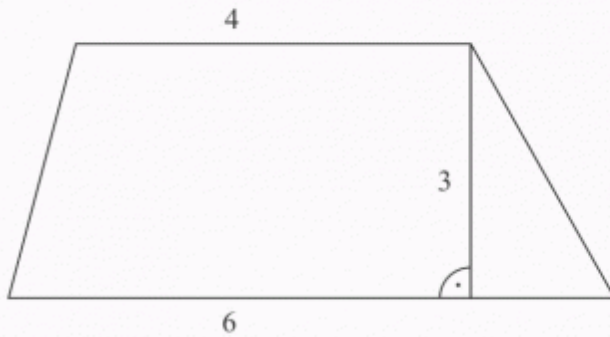
$$P = |AD| \cdot 6$$

(bo odcinek o długości 6 jest wysokością poprowadzoną na przedłużenie boku AD).

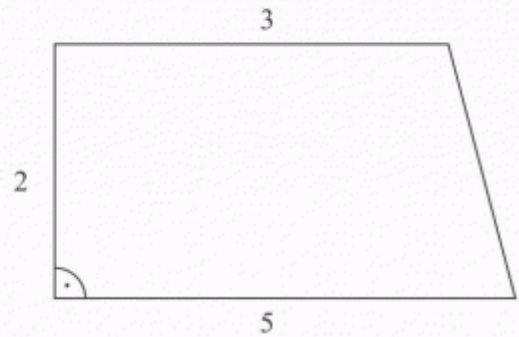
Zadanie 10

Oblicz pola narysowanych trapezów:

a)



b)



Rozwiązanie

$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

a)

$$P = \frac{(6 + 4) \cdot 3}{2}$$

$$P = \frac{10^5 \cdot 3}{2}$$

$$P = 15$$

b)

$$P = \frac{(5 + 3) \cdot 2}{2}$$

$$P = 8$$

Odp.: Pole trapezu a) wynosi 15, a trapezu b) 8.

Zadanie 11

Oblicz pole trapezu o podstawach długości 11 cm i 8 cm wiedząc, że długość wysokości równa jest $\frac{3}{4}$ krótszej podstawy.

Rozwiązanie

Dane:

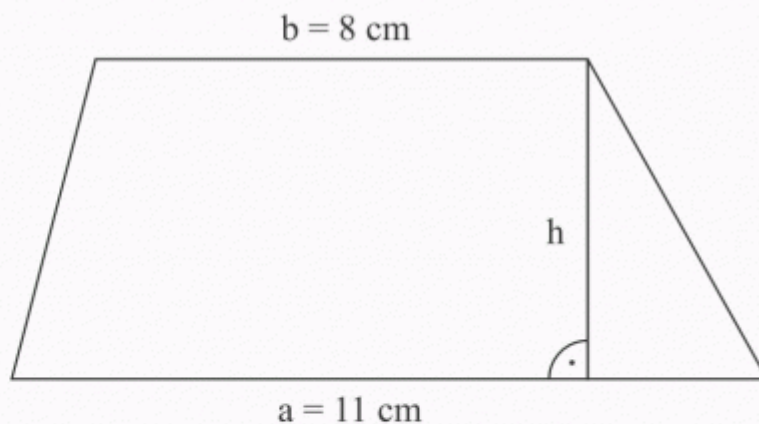
$$a = 11 \text{ cm}$$

$$b = 8 \text{ cm}$$

$$h = \frac{3}{4} \cdot b$$

Szukane:

$$P = ?$$



$$h = \frac{3}{4} \cdot 8 \text{ cm}$$

$$h = 6 \text{ cm}$$

$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

$$P = \frac{(11 + 8) \cdot 6}{2}$$

$$P = 19 \cdot 3$$

$$P = 57 \text{ cm}^2$$

podstawiam dane z zadania do wzoru na pole

Odp.: Pole trapezu wynosi 57 cm^2 .

Zadanie 12

W trapezie równoramiennym ramiona mają długość 6 cm , a wysokość 4 cm .

Pole trapezu wynosi 40 cm^2 . Jaki jest obwód tego trapezu?

Dane:

$$c = 6 \text{ cm}$$

$$h = 4 \text{ cm}$$

$$P = 40 \text{ cm}^2$$

Szukane:

$$\text{Obw.} = ?$$

Wzory:

$$\text{Obw.} = a + b + 2c$$

$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

$$40 = \frac{(a + b) \cdot 4}{2}$$

$$40 = (a + b) \cdot 2 \quad /:2$$

$$20 = a + b$$

$$\text{Obw.} = a + b + 2c$$

$$\text{Obw.} = 20 + 2 \cdot 6$$

$$\text{Obw.} = 20 + 12$$

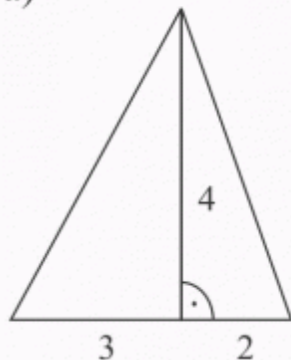
$$\text{Obw.} = 32 \text{ cm}$$

Odp.: Obwód trapezu wynosi 32 cm.

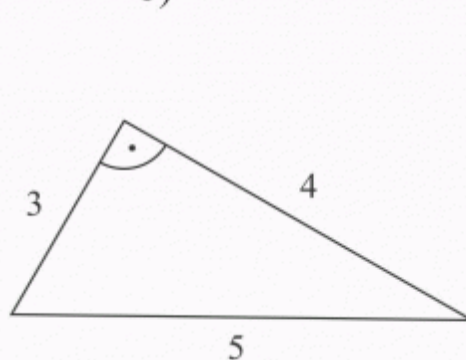
Zadanie 13

Oblicz pola narysowanych trójkątów:

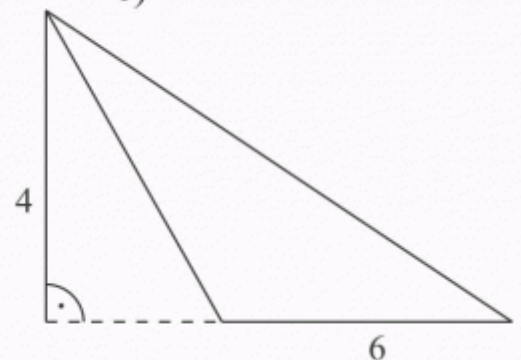
a)



b)



c)



Rozwiązanie

a)

Dane:

$$a = 3 + 2$$

$$h = 4$$

$$P_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$P_{\Delta} = \frac{5 \cdot 4^2}{2}$$

$$P_{\Delta} = 10$$

b)

$$P_{\Delta} = \frac{3 \cdot 4^2}{2}$$

$$P_{\Delta} = 6$$

c)

$$P_{\Delta} = \frac{6 \cdot 4^2}{2}$$

$$P_{\Delta} = 12$$

Pole trójkąta prostokątnego równe jest połowie iloczynu jego przyprostokątnych (jedną z nich przyjmujemy jako podstawę a drugą jako wysokość).

Zadanie 14

Pole trójkąta prostokątnego wynosi 30 cm^2 , a jedna z przyprostokątnych ma długość 12 cm . Oblicz długość drugiej przyprostokątnej.

Rozwiązanie

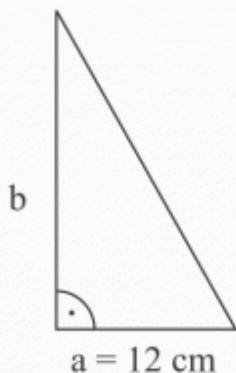
Dane:

$$P_{\Delta} = 30 \text{ cm}^2$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

Szukane:

$$b = ?$$



$$P_{\Delta} = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$30 = \frac{12 \cdot b}{2}$$

$$30 = 6b \quad / : 6$$

$$5 = b$$

$$b = 5 \text{ cm}$$

Pole trójkąta prostokątnego równe jest połowie iloczynu jego przyprostokątnych.

podstawiam do wzoru na pole dane z zadania

Odp.: Druga przyprostokątna ma długość 5 cm.

Zadanie 15

Pole trójkąta wynosi 72 cm^2 . Oblicz długość boku trójkąta, jeśli wysokość opuszczona na ten bok ma długość 12 cm.

Rozwiązanie

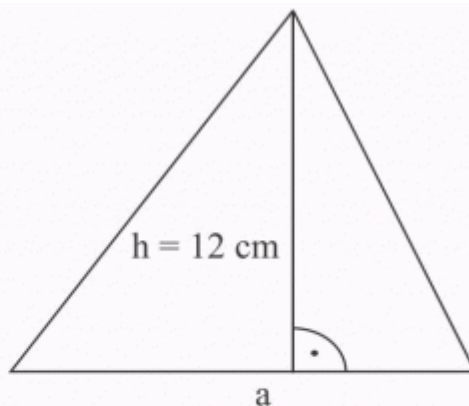
Dane:

$$P_{\Delta} = 72 \text{ cm}^2$$

$$h = 12 \text{ cm}$$

Szukane:

$$a = ?$$



$$P_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$72 = \frac{a \cdot 12}{2}$$

$$72 = 6a \quad / : 6$$

$$12 = a$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

podstawiam dane do wzoru na pole trójkąta i rozwiązuję równanie

Odp.: Długość boku trójkąta wynosi 12 cm.

Zadanie 16

Bok trójkąta ma długość 8 cm, a wysokość opuszczona na ten bok ma długość 5 cm. Oblicz długość wysokości opuszczonej na bok, którego długość wynosi 6 cm.

Rozwiązanie

Dane:

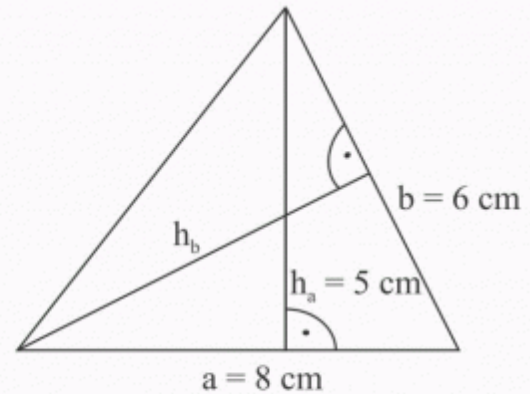
$$a = 8 \text{ cm}$$

$$b = 6 \text{ cm}$$

$$h_a = 5 \text{ cm}$$

Szukane:

$$h_b = ?$$



$$P_{\Delta} = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$P_{\Delta} = \frac{8 \cdot 5}{2}$$

$$P_{\Delta} = 20 \text{ cm}^2$$

$$P_{\Delta} = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

$$20 = \frac{6 \cdot h_b}{2}$$

$$20 = 3h_b$$

$$3h_b = 20 \quad / : 3$$

$$h_b = \frac{20}{3}$$

$$h_b = 6\frac{2}{3} \text{ cm}$$

Odp.: Długość boku trójkąta wynosi $6\frac{2}{3} \text{ cm}$.

Pole trójkąta równa się połowie iloczynu boku i wysokości poprowadzonej na ten bok. Na bok a poprowadzona jest wysokość h_a , na bok b wysokość h_b .

Podstawiam do tego wzoru za pole 20 (wcześniej obliczone) oraz za $b = 6$.

Zadanie 17

Długość boku rombu wynosi 10 cm, a jego wysokość 4 cm. Oblicz pole rombu.

Rozwiązanie

Dane:

$$a = 10 \text{ cm}$$

$$h = 4 \text{ cm}$$

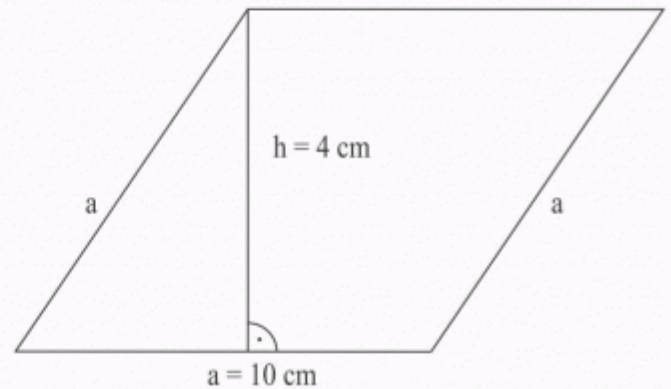
$$P = a \cdot h$$

$$P = 10 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$$

$$P = 40 \text{ cm}^2$$

Szukane:

$$P = ?$$



Odp.: Pole rombu wynosi 40 cm^2 .

Zadanie 18

Oblicz pole rombu, którego przekątne mają długość 12 cm i 8 cm.

Rozwiązanie

Dane:

$$e = 12 \text{ cm}$$

$$f = 8 \text{ cm}$$

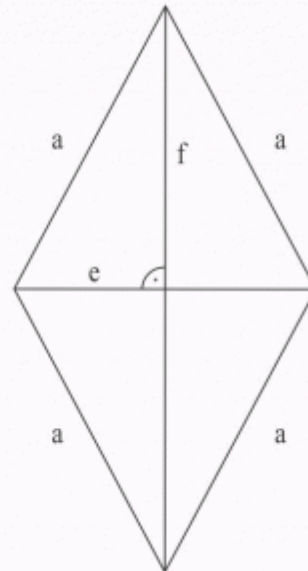
$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$P = \frac{12^6 \cdot 8}{2_1}$$

$$P = 48 \text{ cm}^2$$

Szukane:

$$P = ?$$



Odp.: Pole rombu wynosi 48 cm^2 .

Zadanie 19

Pole rombu wynosi 96 cm^2 . Oblicz obwód rombu, wiedząc, że długość wysokości rombu wynosi 4,8 cm.

Rozwiązanie

Dane:

$$P = 96 \text{ cm}^2$$

$$h = 4,8 \text{ cm}$$

$$\text{Obw} = 4 a$$

$$P = a \cdot h$$

$$96 = a \cdot 4,8$$

$$4,8a = 96 \quad / : 4,8$$

$$a = 96 : 4,8$$

$$a = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Obw.} = 4 \cdot a$$

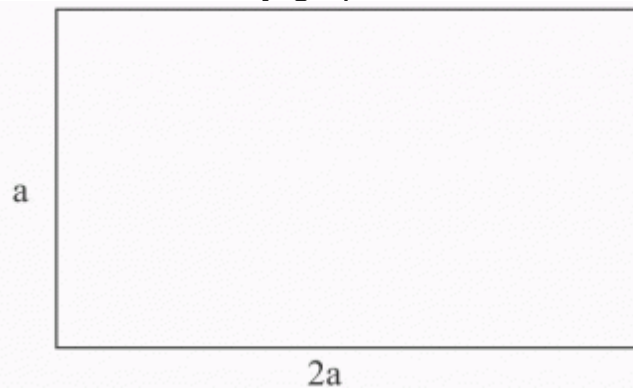
$$\text{Obw.} = 4 \cdot 20 \text{ cm}$$

$$\text{Obw.} = 80 \text{ cm}$$

Odp.: Obwód rombu wynosi 80 cm.

Zadanie 20

Jeden z boków prostokąta jest dwa razy dłuższy od drugiego. Obwód prostokąta wynosi 42 cm. Oblicz jego pole.



Rozwiązanie

Szukane:

$$\text{Obw.} = ?$$

$$a = ?$$

Aby obliczyć obwód, trzeba znaleźć długość boku rombu

Dane jest pole rombu i wysokość, łatwo więc obliczyć długość boku (podstawić do wzoru).

$$96 : 4,8 = 960 : 48 = \text{długość boku rombu}$$

$$\text{Obw} = 42 \text{ cm}$$

Obwód to suma długości boków.

$$\text{Obw} = 2a + 2 \cdot 2a$$

$$\text{Obw} = 2a + 4a$$

$$\text{Obw} = 6a$$

Podstawiam za obwód 42 cm.

$$42 = 6a$$

$$6a = 42 \quad /:6$$

$$\mathbf{a = 7 \text{ cm}}$$

długość krótszego boku

$$\mathbf{2a = 2 \cdot 7 \text{ cm} = 14 \text{ cm}}$$

długość dłuższego boku

$$\mathbf{P = a \cdot 2a}$$

W tym zadaniu prostokąt ma boki długości a i $2a$.

$$P = 7 \text{ cm} \cdot 14 \text{ cm}$$

$$P = 98 \text{ cm}^2$$

Odp.: Pole prostokąta wynosi 98 cm^2 .

Zadanie 21

Boisko do piłki nożnej ma wymiary 100 m na 52 m. Jaką powierzchnię ma to boisko w arach, hektarach?

Rozwiązanie

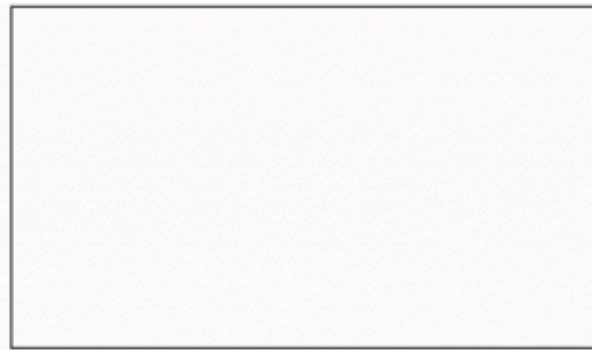
Dane:

$$a = 100 \text{ m}$$

$$b = 52 \text{ m}$$

Szukane:

$$P = ?$$



$$b = 52 \text{ m}$$

$$a = 100 \text{ m}$$

$$P = a \cdot b$$

$$P = 100 \text{ m} \cdot 52 \text{ m}$$

$$P = 5200 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 0,01 \text{ a}$$

$$5200 \text{ m}^2 =$$

$$= 5200 \cdot 0,01 \text{ a} =$$

$$= 52 \text{ a}$$

$$5200 \text{ m}^2 = 52 \text{ a}$$

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$$

$$1 \text{ a} = 0,01 \text{ ha}$$

$$52 \text{ a} = 52 \cdot 0,01 \text{ ha} =$$

$$= 0,52 \text{ ha}$$

$$52 \text{ a} = 0,52 \text{ ha}$$

metry kwadratowe zamieniamy na ary

ponieważ $1 \text{ m}^2 = 0,01 \text{ a}$, to
 $5200 \text{ m}^2 = 5200 \cdot 0,01 \text{ a}$

teraz 52 ary zamieniamy na hektary

Boisko sportowe zajmuje niewiele ponad pół hektara powierzchni.

Odp.: Powierzchnia boiska wynosi 52 a, czyli 0,52 ha.

Zadanie 22

Łazienka ma wymiary 3 m x 3 m, wysokość 2,5 m. Ile kwadratowych kafelków o boku 10 cm potrzeba do wyłożenia wszystkich ścian łazienki. Drzwi mają 2 m wysokości i 80 cm szerokości.

Rozwiązanie

$$P_s = 3 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ m}$$

Kafelkami wykładamy ściany łazienki, więc należy obliczyć pole powierzchni 4 ścian. Ściany to prostokąty o wymiarach 3 m x 2,5 m.

$$P_s = 7,5 \text{ m}^2$$

pole jednej ściany łazienki

$$P = 4 \cdot 7,5 \text{ m}^2$$

pole powierzchni 4 ścian

$$P = 30 \text{ m}^2$$

$$P_{\text{drz}} = 2 \text{ m} \cdot 0,8 \text{ m}$$

obliczam powierzchnię, jaką zajmują drzwi (nie będą kafelkowane)
 $80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$

$$P_{\text{drz}} = 1,6 \text{ m}^2$$

$$P_c = 30 \text{ m}^2 - 1,6 \text{ m}^2$$

obliczam powierzchnię do wykafelkowania (od pola powierzchni 4 ścian odejmuję pole powierzchni drzwi)

$$P_c = 28,4 \text{ m}^2$$

taką powierzchnię należy wyłożyć płytkami

$$P_p = (0,1 \text{ m})^2$$

obliczam pole 1 płytki $10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

$$P_p = 0,01 \text{ m}^2$$

pole powierzchni jednej płytki

$$28,4 : 0,01 =$$

Powierzchnię do wykafelkowania dzielę przez pole 1 płytki.

$$= 2840 : 1 =$$

$$= 2840$$

Otrzymuję liczbę płytek (kafelków) potrzebnych do wyłożenia łazienki.

Odp.: Potrzeba 2840 kafelków.

źródło:

<https://opracowania.pl/opracowania/matematyka/pola-wielokatow,oid,1834>